

ANA BEATRIZ RAMOS, VICENÇ FONT

CRITERIOS DE IDONEIDAD Y VALORACIÓN DE CAMBIOS EN EL PROCESO DE INSTRUCCIÓN MATEMÁTICA

SUITABILITY AND ASSESSMENT CRITERIA OF CHANGES IN THE MATHEMATICS INSTRUCTION PROCESS

RESUMEN. La presente investigación, enmarcada dentro del enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática, tiene como objetivo central analizar qué papel juegan los criterios de idoneidad en la argumentación de los profesores cuando valoran la introducción de cambios institucionales en el proceso de instrucción. De manera particular, se ahonda en la valoración de incorporar situaciones contextualizadas al proceso de enseñanza y aprendizaje de las funciones en la asignatura Introducción a la Matemática, que se imparte en la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de la Universidad de Carabobo, Venezuela.

PALABRAS CLAVE: Criterios de idoneidad, argumentación, cambio institucional, funciones y contexto.

ABSTRACT. This investigation, within the framework of the ontosemiotic approach to mathematics cognition and instruction, has as its central objective the analysis of the role played by suitability criteria in teachers' arguments when they evaluate the introduction of institutional changes in the teaching process. In particular, it explores in depth the assessment of incorporating contextualized situations into the teaching and learning process of functions in the Introduction to Mathematics course given in the Faculty of Economic and Social Sciences of the University of Carabobo, Venezuela.

KEY WORDS: Suitability criteria, argumentation, institutional change, functions and context.

RESUMO. A presente investigação, emoldurada dentro do enfoque ontosemiótico da cognição e instrução matemática, tem como objetivo central analisar que papel jogam os critérios de idoneidade na argumentação dos professores quando valoram a introdução de mudanças institucionais no processo de instrução. De maneira particular, aprofunda-se na valoração de incorporar situações contextualizadas ao processo de ensino e aprendizagem das funções na disciplina Introdução à Matemática, que se ministra na Faculdade de Ciências Econômicas e Sociais da Universidade do Carabobo, Venezuela.

PALAVRAS CHAVE: Critérios de idoneidade, argumentação, mudança institucional, funções e contexto.

RÉSUMÉ. La présente recherche, encadrée dans l'approche ontosémiotique de la cognition et de l'instruction mathématique, a pour objectif central d'analyser le rôle que les critères d'adéquation jouent dans l'argumentation des enseignants lorsque ils évaluent l'introduction de changements institutionnels dans le processus d'instruction. D'une manière particulière, on approfondit dans l'évaluation d'incorporer des situations contextualisées au processus d'enseignement et d'apprentissage des fonctions dans l'enseignement intitulé : Introduction aux Mathématiques, enseigné dans la Faculté de Sciences Économiques et Sociales de l'Université de Carabobo, Venezuela.

MOTS CLÉS: critères d'adéquation, argumentation, changement institutionnel, fonctions et contexte.

1. INTRODUCCIÓN

En la mayoría de las universidades venezolanas, la enseñanza de las matemáticas en las facultades de Ciencias Económicas y Sociales consiste en explicar, mediante clases magistrales, un dilatado temario en el que sigue dominando el enfoque formalista y estructuralista. Esta realidad contradice al objetivo que deben tener dichas instituciones: lograr una formación inicial de profesionales competentes para su futuro ejercicio profesional. En nuestra opinión, al tomar decisiones sobre las metas del proceso educativo universitario, hay que considerar a los amplios sectores que no se relacionan directamente con tal situación educativa, pero sí son afectados por ella: los que conforman a la sociedad en su conjunto.

Es preciso que dicho objetivo prevalezca sobre otros intereses, sean de los profesores (por ejemplo, anteponer la investigación a la docencia) o de los alumnos (por ejemplo, priorizar la obtención de un título por encima de cualquier otra consideración). Un criterio útil para seleccionar los objetivos y contenidos, que atiende tanto a los intereses de los estudiantes como a los de la sociedad, es la contextualización sociocultural de la práctica profesional, ya que no sólo hace que surja un profesional más competente, sino también con mayor desarrollo personal.

La contextualización sociocultural de la práctica profesional entra en conflicto con la limitación del tiempo que se asigna a las asignaturas e implica afrontar el problema de elegir contenidos, metodologías y tipo de evaluación. Por otra parte, hay una vasta investigación en didáctica de las matemáticas que ha señalado que la contextualización también puede facilitar: 1) la comprensión significativa en los alumnos, al proporcionar la conexión de nuevos contenidos con sus conocimientos previos; 2) la motivación de los

alumnos (Nunes, Schliemann y Carraher, 1993; Gravemejar, 1994; Lange, 1996; D'Amore y Fandiño Pinilla, 2001; Jurdak y Shahin, 2001; Kilpatrick, 2001; Díez 2004; Jurdak, 2006). Sin embargo, no todos los conceptos tienen el mismo grado de inclusividad o generalidad, ni desempeñan una función central para comprender las matemáticas. En nuestra opinión, hay que centrar el esfuerzo docente en los contenidos básicos, como el caso del objeto *función*, que es uno de los más importantes y aparece en los currículos de matemáticas en secundaria y universidad.

Las reflexiones anteriores nos llevaron a tomar una primera decisión: centrar nuestro trabajo en la valoración que hacía un grupo de profesores sobre la posibilidad de incorporar la contextualización de las funciones al proceso de instrucción, con base en la amplia investigación didáctica que ha puesto de manifiesto que cualquier cambio no se puede desligar de las concepciones y creencias del profesorado implicado (Brown y Rose, 1995; Gómez y Valero, 1995; Raymond, 1997; Leikin, Berman y Zaslavsky, 2000; Franke, Carpenter, Levi y Fennema, 2001; Golafshani, 2002; Handal, 2003).

En nuestra opinión, los estudios sobre las concepciones, creencias y conocimientos de los docentes se han interesado, sobre todo, en analizar y entender lo que piensan, creen y hacen los docentes; es decir, su manera personal de entender la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Tal punto de vista tiene limitantes importantes para contemplar la perspectiva institucional; sin embargo, hay mayores oportunidades de que ésta sea develada con un enfoque teórico que contemple ambas perspectivas.

Puesto que partimos del supuesto de que cualquier reflexión sobre las creencias y concepciones se tenía que afrontar desde un marco teórico que contemplase la dimensión personal/institucional, nuestra segunda decisión fue hacerlo de manera coherente con un enfoque teórico: el *ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática*. De ahí que las concepciones y creencias se consideren como objetos personales matemáticos y didácticos del profesorado.

Como resultado de las decisiones anteriores, formulamos el objetivo de la investigación de la manera siguiente: analizar el papel que juegan los significados de los objetos personales matemáticos y didácticos del profesor, entendidos como prácticas operativas y discursivas, en la incorporación de situaciones contextualizadas al proceso de enseñanza y aprendizaje de las funciones en una Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de Venezuela.

El segundo apartado de este artículo explicita el objetivo de la investigación; el tercero presenta el marco teórico utilizado, el *enfoque ontosemiótico de la cognición matemática* y la *teoría de la acción*

comunicativa, mientras que el cuarto, donde se explica la metodología utilizada, señala que la investigación se diseñó y desarrolló en dos fases claramente diferenciadas: la primera tuvo como objetivo problematizar la falta de contextualización de las funciones en la institución investigada, y la segunda pensar en la posibilidad de cambiar dicha práctica. Por su parte, el quinto apartado ilustra el tipo de análisis de datos realizado; el sexto refiere las conclusiones obtenidas, y el séptimo ofrece una reflexión final.

2. OBJETIVO DE LA INVESTIGACIÓN

El objetivo de nuestra investigación lo aplicamos en la asignatura Introducción a la Matemática, que se imparte en la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales (FaCES) de Carabobo, Venezuela. De manera más específica, nuestra intención era analizar el papel que jugaban los criterios de idoneidad en la argumentación que hacían los profesores, cuando valoraban el cambio¹ que representaba incorporar situaciones contextualizadas² al proceso de enseñanza y aprendizaje de las funciones.

3. MARCO TEÓRICO

A continuación se presenta el marco teórico utilizado, el *enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática* y la *teoría de la acción comunicativa*.

3.1. *Enfoque ontosemiótico de la cognición matemática*

El enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS)³ se tomó como el principal referente teórico de nuestra investigación. Godino

¹ En Ramos y Font (2006a) se hace un *encaje* del constructo *cambio* en el actual desarrollo del enfoque ontosemiótico.

² En Ramos y Font (2006b) también se realiza un *encaje* del constructo *contexto* en el actual desarrollo del enfoque ontosemiótico.

³ La comparación de las nociones teóricas propuestas en el EOS con las de otros marcos teóricos se desarrolla en Godino, Font, Contreras y Wilhelmi (2006), y en D'Amore y Godino (2007).

y sus colaboradores, en diferentes trabajos, han desarrollado un conjunto de nociones teóricas que configuran el enfoque ontológico y semiótico del conocimiento e instrucción matemática (D'Amore, Font y Godino, 2007; Font y Godino, 2006; Godino, 2002; Godino y Batanero, 1994; Godino, Batanero y Roa, 2005; Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006; Godino, Contreras y Font, 2006; Godino, Font y Wilhemi, 2006; Font, 2007; Font, Godino y D'Amore, 2007; Malaspina, 2007; Godino, Batanero y Font, 2007; Godino, Font, Wilhelmi y Castro, 2008; Font y Contreras, 2008). De los constructos que propone el EOS, en esta investigación se utilizaron fundamentalmente tres: los significados de los objetos personales del profesorado, las configuraciones epistémicas/cognitivas y los criterios de idoneidad.

3.1.1. *Los objetos personales y su significado*

De entrada, el EOS adopta un cierto pragmatismo porque considera a los objetos matemáticos como entidades que surgen de los sistemas de prácticas hechas en un campo de problemas (Godino y Batanero, 1994). Los objetos matemáticos personales, según Godino y Batanero (1994, p. 335), son “*emergentes del sistema de prácticas personales significativas asociadas a un campo de problemas*”. No obstante, conviene hacer algunas precisiones.

En primer lugar, un objeto personal es algo de lo que se tiene conciencia subjetiva. El hecho de que los individuos pueden hablar sobre sus objetos personales, o realizar prácticas discursivas sobre ellos, conduce a una vía de investigación que ha adquirido gran relevancia en Matemática Educativa. Por otra parte, un objeto personal implica la generación, mediante la intersubjetividad que facilita la clase de matemáticas, de una regla de comportamiento en el sujeto. Esta última dimensión, que recibe el nombre de *máxima pragmática*, se toma para definir el significado de un objeto personal (Op): “*Es el sistema de prácticas personales de una persona para resolver el campo de problemas del que emerge el objeto (Op) en un momento dado*” (Godino y Batanero, 1994, p. 341).

De acuerdo con esta noción, el objeto personal supone haber establecido una conexión entre acciones potenciales y fines, la cual es inteligente y, por tanto, está mediada simbólicamente; es decir, supone disponer de prácticas con respecto al campo de experiencia que abarca el objeto. Asimismo, conviene observar que, dado que el significado de un objeto personal consiste en las prácticas que hace la persona y en aquéllas que haría o planificaría en otras situaciones donde tuviera que resolver problemas similares, también adquiere

una posibilidad permanente en la planificación de prácticas.

Es obvio, además, que el significado de un objeto personal queda ligado a otros objetos personales y significados, puesto que en general intervienen en las prácticas diversos objetos personales de manera conjunta. El EOS concibe que el significado personal de un objeto matemático se puede entender como el conjunto de prácticas (P_i) operativas y discursivas, de ahí que en cada P_i el sujeto utiliza el objeto (O).

Por lo antes mencionado, se podría pensar que la relación entre el objeto personal y la práctica tiene un carácter de causa-efecto (donde el objeto es determinante para su realización); en términos aristotélicos, el objeto personal sería la *causa eficiente*. Sin embargo, el EOS dice que es más pertinente interpretar dicha relación en términos de brecha, pues para efectuar una práctica primero hay que valorar y decidir lo que uno va a hacer, después elegir la acción más indicada para conseguir lo que se ha decidido y, por último, se ha de mantener la acción desde el inicio hasta el final.

3.1.2. *Los objetos institucionales y su significado*

Una característica de los significados y los objetos personales radica en que son fenómenos individuales, pero como el sujeto está inmerso en instituciones donde necesariamente se dan interacciones también entrañan un carácter colectivo. Por tanto, cualquier análisis que los aborde desde un aspecto sería reduccionista.

El EOS toma en cuenta las instituciones, los objetos institucionales y los significados institucionales. Una institución está constituida por personas involucradas en una misma clase de situaciones problemáticas; ese compromiso mutuo con la problemática conlleva a que realicen prácticas sociales compartidas, las cuales también están ligadas a la institución a cuya caracterización contribuyen.

Los objetos institucionales se pueden concebir como entes que, en forma progresiva, emergen progresivamente de sistemas de prácticas socialmente compartidas en una institución, que se encuentran enlazadas a la resolución de cierto campo de problemas matemáticos. Debido a que tales prácticas pueden variar en las instituciones, se le ha de conceder al objeto una relatividad; esta emergencia es progresiva a lo largo del tiempo, pues en un momento dado un objeto es reconocido como tal por una institución, pero incluso tras esta etapa sufre transformaciones progresivas, según se va ampliando el campo de problemas asociado.

Con relación al objeto institucional, hay que resaltar los siguientes aspectos:

- Las personas distinguen entre sus objetos personales y los institucionales. Cuando hablan de sus objetos personales utilizan el discurso en primera persona, mientras que al referirse a los institucionales utilizan la tercera persona.
- Un objeto institucional implica la generación de una regla de comportamiento que comparte toda la institución. En el EOS también se recurre a la máxima pragmática para definir el significado de un objeto institucional (O_I): “*Es el sistema de prácticas institucionales asociadas al campo de problemas de las que emerge O_I en un momento dado.*” (Godino y Batanero, 1994, p. 340).

Para el EOS, la dialéctica personal-institucional adquiere una relevancia central. Debido a que el alumno pasa de tener un carácter individual a ser un *alumno-en-una-institución*, está obligado a distinguir entre objetos personales e institucionales, a problematizarlos y a estudiar su relación, que necesita pensarla básicamente en términos de *ajuste*. Ello es necesario porque se pretende que el significado de los objetos personales quede lo más ajustado posible al de los institucionales.

3.1.3. *Significados de los objetos personales del profesorado*

En el EOS, los significados personales del profesorado se consideran como objetos matemáticos y didácticos a la vez; su significado consiste en un sistema de prácticas matemáticas donde interviene el objeto matemático en cuestión, así como en un sistema de prácticas para su enseñanza y aprendizaje (lo que *dicen* y lo que *hacen*).

De acuerdo con Ramos (2006), la caracterización que hace el EOS de los objetos matemáticos y didácticos como emergentes de los sistemas de prácticas, al igual que la de sus significados, en términos de prácticas, puede sustituir sin muchos problemas a los términos *creencia*, *concepción* y *conocimiento* si estos tres constructos se entienden básicamente como una disposición para la acción.

3.1.4. *Tipología de significados*

Para explicar la dialéctica institucional-personal interesa distinguir cuatro tipos

de significados institucionales:

Implementado: En un proceso de estudio específico, es el sistema de prácticas que implementa el docente de manera efectiva.

Evaluado: Consiste en el subsistema de prácticas que utiliza el docente para evaluar los aprendizajes

Pretendido: Atañe al sistema de prácticas que se incluye en la planificación del proceso de estudio

Referencial: Concierno al sistema de prácticas que se usa como referencia para elaborar el significado pretendido; este se determina mediante un estudio histórico-epistemológico sobre el origen y evolución del objeto en cuestión, así como reparando en la diversidad de contextos de su uso

Respecto a los significados personales se proponen los siguientes tipos:

Global: Corresponde a la totalidad del sistema de prácticas personales, relativas a un objeto matemático, que es capaz de manifestar el sujeto

Declarado: Da cuenta sobre las prácticas efectivamente expresadas a propósito de las pruebas de evaluación propuestas; incluye tanto a las correctas como a las incorrectas desde el punto de vista institucional

Logrado: Abarca las prácticas que resultan conformes con la pauta institucional establecida

3.1.5. Configuraciones cognitivas y epistémicas

El hecho de considerar al objeto matemático personal como *emergente* y a su significado de manera *holística* plantea que lo más relevante sea la existencia de prácticas realizadas por el sujeto donde interviene alguna representación del objeto matemático. Por tanto, esta forma pragmática de comprender el significado postula unas entidades mentales –los objetos personales– que no nos alejan de las prácticas observadas en la interacción que se produce en el aula. Unas entidades mentales que permiten centrar el interés en las descripciones y las representaciones, a medida que se construyen en una interacción hecha dentro de la institución.

La aparición en escena del sistema de prácticas lleva a una reflexión sobre lo que se entiende por *práctica* y por *realización de una práctica*. Cuando un sujeto lleva a cabo y evalúa una práctica matemática es necesario activar un conglomerado formado por algunos –o todos– de los siguientes elementos: lenguaje, situaciones-problema, conceptos, proposiciones,

procedimientos y argumentos. Tal conglomerado, indispensable para realizar y evaluar la práctica, recibe el nombre de *configuración* en el EOS, y puede ser *cognitiva* o *epistémica*, dependiendo si la práctica se concibe desde la perspectiva personal o la institucional.

Cada uno de estos elementos, a excepción de las situaciones-problema, se puede entender como un emergente de las prácticas cuya finalidad es resolver situaciones-problema. A su vez, las situaciones-problema se pueden entender como emergentes de otros tipos de prácticas (necesidad de contextualizar y aplicar las matemáticas, de generalizar o de proponer problemas). Las configuraciones cognitivas son la herramienta que propone el EOS para superar la brecha entre el objeto matemático personal que emerge de una práctica y dicha práctica.

Para el EOS, lo que hay es un sistema complejo de prácticas en las que se activan diferentes configuraciones epistémicas/cognitivas. Cada una posibilita un subconjunto de prácticas que surge del conjunto de prácticas que atañen al significado del objeto institucional/personal. Dicho de otra manera, el objeto que surge de un sistema de prácticas se puede considerar como único y con significado holístico. Sin embargo, es diferente la configuración epistémica/cognitiva que se activa en cada subconjunto de prácticas.

3.1.6. *Criterios de idoneidad de un proceso de instrucción*

El EOS afirma que la idoneidad global de un proceso de estudio se debe valorar con base en cinco criterios de idoneidad (Godino, Contreras y Font, 2006)⁴:

- *Idoneidad epistémica*. Se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados –o previstos– respecto a unos de referencia.
- *Idoneidad cognitiva*. Expresa qué grado de proximidad tienen los significados implementados con los significados personales iniciales de los estudiantes o, de manera equivalente, la medida en que el *material de aprendizaje* está en la zona de desarrollo potencial de los alumnos.
- *Idoneidad semiótica*. Atiende a los conflictos semióticos

⁴ En el momento de realizar la investigación se habían propuesto estos cinco criterios de idoneidad. Posteriormente, en Godino, Bencomo, Font y Wilhelmí (2006) se añadió un sexto criterio, el *ecológico*, mientras que el *semiótico* pasó a llamarse *interaccional*.

potenciales y su resolución mediante la negociación de significados.

- *Idoneidad mediacional*. Concierno al grado de disponibilidad de los recursos materiales y, sobre todo, de los temporales que son necesarios para el desarrollo del proceso de estudio.
- *Idoneidad emocional*. Es el grado de implicación (interés o motivación) de los alumnos en el proceso de estudio. La idoneidad emocional se relaciona tanto con factores que dependen de la institución como con los que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa.

El término semiótico se utiliza de manera amplia en todo lo que abarca la comprensión y la interacción, mientras que el cognitivo y el mediacional se utilizan de manera restrictiva. El cognitivo se maneja básicamente cuando intervienen los conocimientos previos, y el mediacional para aludir sobre todo a los medios temporales, así como a los recursos materiales.

3.2. *La teoría de la acción comunicativa de Habermas*

Algunos de los constructos teóricos citados –como prácticas discursivas y criterios de idoneidad– requerían ser completados con una perspectiva más general sobre la argumentación. Por tal motivo, se optó por ampliar el marco teórico con la perspectiva dialógica de la Teoría de la Acción Comunicativa (TAC) de Habermas (1987).

Dicha teoría hace aportaciones al proceso de toma de decisiones que nos parecen válidas para optimizar los procesos educativos. La TAC describe dos aspectos que están siempre presentes en la vida humana: la racionalidad instrumental y la comunicativa. La primera tiene como objetivo el dominio de la realidad por parte de los seres humanos para garantizar la autoconservación del individuo o la sociedad. Según ella, sólo importa el beneficio individual o social, de ahí que se deban aplicar los medios adecuados a los fines particulares, con lo cual se establecen relaciones sujeto/objeto. En cambio, la racionalidad comunicativa:

(...) posee connotaciones que, en última instancia, se remontan a la experiencia central de la capacidad de aunar sin coacciones y de generar consenso que tiene un habla argumentativa, en que diversos participantes superan la subjetividad inicial de sus respectivos puntos de vista y, merced a una comunidad de convicciones racionalmente motivada, se aseguran a la vez de la unidad del mundo objetivo y de la intersubjetividad del contexto

en que se desarrollan sus vidas (Habermas, 1987, p. 27).

Sin embargo, las acciones instrumentales y comunicativas no son excluyentes sino complementarias en su uso, con el fin de que se desenvuelvan adecuadamente en la realidad.

Habermas apunta que un discurso o argumentación plantea determinadas pretensiones de validez, lo cual es un rasgo distintivo de esta forma de comunicación. Ahora bien, que dichas pretensiones sean o no admitidas por la otra parte es lo que decide la adjudicación del código verdad/falso a los contenidos comunicados. El discurso se desarrolla conforme a las *reglas*, pero no las de la lógica estándar o la formalizada, sino las que constituyen y conforman los *actos del habla*, lo cual implica que tales normas no sean las de la lógica, ya que la condición de posibilidad de que tales discursos logren el asentimiento de la otra parte reside en la existencia previa de un sistema de lenguaje y de su uso social.

Según Habermas, el habla argumentativa puede contemplarse como proceso, procedimiento o producto. El habla argumentativa que se concibe como proceso es una forma de comunicación infrecuente y rara, debido a que trata de excluir de la comunicación toda coacción para centrarse en la búsqueda cooperativa de la verdad. Puede sintetizarse que:

La argumentación puede entenderse como una continuación con otros medios, ahora de tipo reflexivo, de la acción orientada al entendimiento (Habermas, 1987, p. 46).

Cuando se considera a la argumentación como procedimiento, se trata de una forma de interacción que está sometida a una regulación especial. El proceso de entendimiento está regulado de tal modo en una forma de división cooperativa del trabajo entre proponentes y oponentes, donde los implicados:

- Tematizan una pretensión de validez que se ha vuelto problemática
- Adoptan una actitud hipotética, ya que pueden verse exonerados de la presión de la acción y la experiencia
- Examinan con razones, y sólo con ellas, si procede o no el reconocimiento de la pretensión que defiende el proponente

La argumentación también puede ser considerada desde la producción de argumentos pertinentes que convengan, en virtud de sus propiedades intrínsecas, sobre el desempeño o rechazo a las pretensiones de validez. Los argumentos son medios que no sólo pueden ayudar a obtener un reconocimiento intersubjetivo a la pretensión de validez que el proponente formula (por de pronto, en forma

hipotética), sino también a que una opinión se transforme en saber.

Un argumento se compone por una emisión problemática –conclusión– que entraña una pretensión de validez, así como por la razón o fundamento con que ha de decidirse acerca de ella. Tiene que quedar claro qué clase de asuntos trata de suscitar el argumento (estético, científico, jurídico) y cuál es el propósito subyacente; además, las razones en que se basa necesitan ser relevantes en relación con la pretensión y suficientes para apoyarla.

El aspecto bajo el que consideremos a la argumentación hará que descubramos en ella distintas estructuras:

- En el caso de la argumentación como proceso, hallamos las estructuras de una situación ideal de habla especialmente inmunizada contra la represión y la desigualdad. Bajo este aspecto, lo que mejor podría caracterizar a la argumentación son las intenciones de convencer a un auditorio universal y de alcanzar un asentimiento general para la manifestación o emisión.
- Bajo el aspecto del procedimiento, encontramos una estructura de competición ritualizada por los mejores argumentos. El objetivo radica en cerrar la disputa sobre las pretensiones de validez hipotéticas con un acuerdo racionalmente motivado.
- Bajo el aspecto del producto, encontramos las estructuras que definen la forma interna de los argumentos y las relaciones que guardan entre sí. Aquí, la intención es desempeñar o fundamentar una pretensión de validez por medio de productos.

La teoría de la acción comunicativa de Habermas y, de manera más general, la teoría crítica de la Escuela de Frankfurt, no ha pasado desapercibida en el campo de la didáctica general, ya que es uno de los referentes de la teoría educativa crítica que proponen Carr y Kemmis (1988), así como Elliott (1993). La TAC tampoco ha sido ignorada en la didáctica de las matemáticas, pues constituye una referencia de la *educación matemática crítica* (Skovsmose y Nielsen 1996; Skovsmose, 1998) y de las investigaciones *dialógicas*, cuyo propósito consiste en lograr un consenso dentro de la comunidad del aula que vaya más allá del acuerdo entre sus miembros. Por ejemplo, Boero (2006) dice que la teoría de Habermas, convenientemente interpretada, puede ser un enfoque teórico adecuado para afrontar la complejidad de la enseñanza y aprendizaje de teoremas matemáticos.

En esta investigación se tuvo, en todo momento, la pretensión de desarrollar las condiciones necesarias para posibilitar acciones comunicativas entre el

profesorado que participó en la segunda fase de la investigación. Por tal motivo se diseñó un seminario-taller con el fin de facilitar que las acciones de los profesores fueran comunicativas (y así las hemos considerado). Se procuró que en dicho seminario-taller los profesores realizaran actos de habla en los que primara el aspecto ilocucionario *explicación*, donde presentaran sus razones a los compañeros en un plano de igualdad.

Sin embargo, estamos conscientes de que, inevitablemente, se produjeron espacios de uso de la racionalidad estratégica instrumental debido a las limitaciones personales y sociales (condiciones sociolaborales, intereses personales en mantener el *status quo* actual, entre otras). En el diseño e implementación del seminario-taller también se tuvieron en cuenta los tres aspectos de la argumentación que señaló Habermas: proceso, procedimiento y producto.

4. METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

4.1. *Características generales*

La investigación que se presenta compartió algunas características de las siguientes metodologías:

Interpretativa: El estudio reparó en el sentido de las acciones de los sujetos.

Cualitativa: El objeto de investigación no se podía observar ni cuantificar.

Hermenéutica: Se hicieron interpretaciones de las apreciaciones que elaboraron los sujetos investigados (lo que dijeron sobre su práctica profesional).

Ontosemiótica: Las prácticas discursivas y operativas de los sujetos investigados se analizaron teniendo en cuenta tanto la ontología de objetos intervinientes como las relaciones semióticas que se establecían entre ellos.

Comunicativa: Se estudiaron los acuerdos intersubjetivos entre las personas que participaron, de manera igualitaria, en la investigación.

Asimismo, tuvo características de índole *exploratoria*, en el sentido que pretendió recoger y analizar información que pudiera servir para orientar futuras investigaciones; *descriptiva*, puesto que generó informes narrativos a partir de la investigación de campo; *de campo*, ya que la investigación se hizo en el lugar de trabajo de los sujetos investigados; *longitudinal*, porque los datos se recopilaron en diferentes momentos a lo largo de dos años.

4.2. *Sujetos investigados. Un estudio de casos*

Los sujetos investigados fueron 14 profesores que formaban parte de la cátedra Introducción a la Matemática en la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de la Universidad de Carabobo, Venezuela. Se trató de un estudio instrumental de casos grupal o colectivo (Stake, 1998) en el que se planteó alcanzar una mayor comprensión sobre un caso particular. La intención fue describir e interpretar la función que cumplían los objetos matemáticos y didácticos de los profesores y profesoras de esta institución escolar, cuando se les planteó la posible incorporación de la contextualización a la enseñanza de las funciones.

4.3. *Fases en el diseño empírico de la investigación*

Para conseguir el objetivo general de esta investigación era necesario, en primer lugar, problematizar una práctica cotidiana de la institución que aún no se había considerado: la ausencia de problemas contextualizados en el tema de funciones; con ello, tendría sentido introducir la reflexión para un posible cambio de dicha práctica problemática. Esto nos llevó a dividir la investigación en dos fases claramente diferenciadas: la primera tendría como fin alcanzar la problematización; la segunda, generar la reflexión a partir de la problematización.

4.4. *Tomas de posición en el diseño empírico de la primera fase de la investigación: triangulaciones*

La intención de la primera fase era responder a la pregunta ¿qué está sucediendo aquí? para que lo familiar se convirtiera en problemático. De tal modo, lo que estaba ocurriendo podía hacerse visible y, sobre todo, se podía documentar sistemáticamente (Wittrock, 1989; Smyth, 1991). Acerca de la impresión inicial en torno a lo que estaba sucediendo en la institución era que se impartía una matemática formalista y descontextualizada, que no aseguraba la competencia del alumnado en la resolución de problemas contextualizados donde tenía que aplicar el objeto función. Esa primera impresión había que validarla y, si fuese el caso, matizarla y corregirla.

Para ello se planificó, dentro de la primera fase de la investigación, un primer proceso de triangulación, técnica que tiene como propósito impedir que se acepte con demasiada facilidad la validez de las impresiones iniciales (Cerde,

2000); esto se hizo para conocer cuál era realmente la competencia de los alumnos en la resolución de problemas contextualizados. La primera triangulación consistió: a) en estudiar el significado institucional pretendido para el objeto *función*; b) en dar a los profesores un cuestionario que ofrecía problemas contextualizados para que lo resolvieran –éste había sido pensado para que lo respondiera el alumnado–; c) en proporcionar un cuestionario de resolución de problemas contextualizados y no contextualizados al alumnado para que lo resolviera.

Los supuestos de la investigación fueron, en una primera instancia: 1) que el alumnado tendría mayor éxito en la resolución de problemas descontextualizados que en los contextualizados; 2) que los docentes tendrían dificultades al resolver problemas contextualizados, ya que no estaban acostumbrados a hacer este tipo de prácticas. Dichos planteamientos se confirmaron con el análisis de los resultados de los cuestionarios.

Con relación al significado pretendido, la primera impresión fue que tenía correspondencia con una visión *modernista*, formalista y descontextualizada de las matemáticas; ahora bien, en la fase de análisis de tal significado se observó la necesidad de efectuar una segunda triangulación para validar esta suposición. La triangulación se llevó a cabo al comparar dos libros de texto usados en la institución investigada con dos libros del Estado español que se apegaban de manera clara al modelo de enseñanza formalista y al constructivista. En este caso, la triangulación nos obligó a matizar el supuesto inicial de la siguiente manera: *el vigente significado institucional pretendido para el objeto función se correspondía con una enseñanza de las funciones descontextualizada y, si bien mantenía la mayoría de las características del modelo formalista, había perdido la coherencia de dicho modelo.*

El EOS apunta que la idoneidad global de un proceso de estudio –planificado o implementado– se debe valorar atendiendo a cinco criterios de idoneidad: *epistémico, cognitivo, emocional, semiótico y mediacional*. En esta investigación partimos de la hipótesis de que dichos criterios son herramientas que pueden ser muy útiles, tanto para organizar y analizar las prácticas discursivas del profesorado sobre la manera que debería tener el proceso de instrucción, como para valorar las prácticas que intervienen en la determinación del significado pretendido, el implementado y el evaluado.

Para indagar cuáles eran los criterios que tomaban los profesores en sus prácticas discursivas, al reparar en la posibilidad de incorporar problemas contextualizados al significado institucional pretendido, se diseñó un tercer

proceso de triangulación cuyo objetivo era saber la opinión de los docentes respecto a: 1) la ubicación de los problemas contextualizados en el currículum de la asignatura; 2) la utilidad de esos problemas para los alumnos; 3) cuál aspecto consideraban más novedoso de este tipo de problemas; 4) las dificultades que podrían tener los alumnos al resolver tal clase de problemas; 5) qué contenidos del currículum se deberían modificar para incorporar este tipo de problemas.

En la tercera triangulación se diseñaron tres instrumentos que diferían en el grado de concreción con el que se abordaba la relación entre las matemáticas y los contextos donde se aplicaba. El primer cuestionario estaba muy enfocado a valorar los problemas contextualizados que ya habían resuelto los profesores en un cuestionario anterior. El segundo instrumento consistió en una entrevista semiestructurada en la que, de entrada, se partía también de los problemas que los profesores ya habían resuelto, y luego se trataba el tema de la contextualización de las matemáticas con mayor generalidad. Por último, el tercer instrumento se enfocó con mayor generalidad, ya que preguntaba sobre todo por las relaciones entre las matemáticas y la realidad.

4.5. *Características metodológicas de las dos fases de la investigación*

Los investigadores hicieron en todo momento una *observación participante* por dos razones: 1) uno de los investigadores era miembro de la institución investigada, aunque no se desempeñaba como miembro activo al efectuar la investigación debido a que tenía una licencia de estudios; 2) la investigación era de tipo interpretativo, lo cual conlleva este tipo de observación. Wittrock afirma: “*De aquí en adelante utilizaré el término interpretativo para referirme a todo el conjunto de enfoques de la investigación observacional participativa*” (1989, p. 196).

Ahora bien, como en todo momento se efectuó una observación participante, el grado de su participación fue muy diferente en cada una de las dos fases en que fue dividida la investigación. En la primera fase resultó tan bajo que incluso se podría hablar de observación no participante; sin embargo, aumentó de manera considerable en la segunda fase.

Como ya se mencionó, en la primera fase de la investigación se diseñaron cuatro cuestionarios y una entrevista semiestructurada para la primera y la tercera triangulación. Los criterios de elaboración y validación de los cuestionarios, de la entrevista y, más en general, de toda la primera fase de la

investigación, están explicados con detalle en Font y Ramos (2005); no los repetiremos aquí por cuestiones de espacio. La metodología de análisis sobre el significado institucional pretendido, de acuerdo con el enfoque ontosemiótico, se realizó por medio del constructo *configuración epistémica*.

Una vez que en la primera fase de la investigación se logró problematizar la práctica habitual de la institución, en la segunda fase se pasó a reflexionar a partir de tal problematización. La estrategia metodológica consistió en el diseño e implementación de un seminario-taller cuyo objetivo era permitir al colectivo docente debatir sus posturas sobre lo viable de introducir el enfoque contextualizado en la enseñanza de las funciones a la asignatura Introducción a la Matemática. Al tomar esta opción se tuvo en cuenta que, en estudios anteriores sobre las concepciones y creencias de los profesores, se había utilizado la estrategia metodológica de que el investigador fuese el profesor del curso de formación que servía como contexto de investigación (Martínez, 2003).

En la segunda fase los investigadores aumentaron en forma considerable su nivel de implicación porque uno de ellos impartió el seminario-taller; por ende, su observación fue de tipo participante, aunque tuvo una participación mayor en la primera parte (presentación de los resultados de la primera fase de la investigación, así como los didácticos sobre el objeto función) y menor en la segunda parte del seminario, pues sólo facilitó la participación y el diálogo en el grupo.

La teoría de la acción comunicativa de Habermas (1987) ha hecho aportaciones sobre el proceso de toma de decisiones para optimizar los procesos educativos, las cuales nos parecen válidas. Por este motivo se tomó como uno de los principales referentes, tanto teóricos como metodológicos, en la segunda fase de la investigación. Aquí se tuvo en todo momento la intención de desarrollar las condiciones para que fueran posibles las acciones comunicativas entre el profesorado.

El seminario-taller se diseñó con la intención de facilitar que las acciones de los profesores y profesoras fueran comunicativas; por ello, tenía la pretensión de iniciar la creación de una auténtica comunidad de prácticas donde los miembros del grupo: 1) se sintieran integrados en el proceso de construir conocimientos; 2) afrontaran la incertidumbre con la exposición de dudas y la formulación de preguntas en forma abierta; 3) las ambigüedades y contradicciones se pudieran tolerar, sin necesidad de adoptar posturas defensivas o caer en el escepticismo paralizante.

4.6. *Los tres niveles del análisis en la segunda fase de la investigación*

Es importante destacar que el análisis realizado en esta segunda fase de la investigación se centró fundamentalmente en las dimensiones verbales del discurso docente. En concreto, se enfocó de manera casi exclusiva en el contenido proposicional de las oraciones con las que se manifestaban las intervenciones e interacciones del colectivo, sin atender a los tonos de voz, los gestos, la mirada ni las expresiones faciales. Por tanto, el estudio en la segunda fase se concentró en el análisis de los argumentos que en forma coral dijeron los docentes participantes en el seminario-taller.

Dicho análisis no sólo tuvo como objetivo determinar los consensos alcanzados, sino también lograr uno de índole dinámico o longitudinal, que pretendía conocer cómo las prácticas discursivas que formaban parte de los significados personales –matemáticos y didácticos– se organizaban por medio de los criterios de idoneidad durante el seminario-taller. Esto es, se trataba de ver los significados personales en funcionamiento; de manera metafórica, se intentaba ver cuál era la fisiología de los significados personales de los profesores.

Para ello se llevó a cabo un estudio global –coral– que diera una visión general sobre los criterios de idoneidad que organizaban las prácticas que formaban parte de los significados de los objetos personales del profesorado. En ningún momento el objetivo primordial fue hacer un análisis particular de cada profesor, aunque no se renunció a caracterizar individualmente, dentro de lo posible, el uso de los criterios de idoneidad que ocuparon los profesores que más participaron.

Otro objetivo fue llevar a cabo un estudio global que ofreciera una visión estática general sobre los significados de los objetos personales del profesorado. En este caso tampoco el objetivo primordial fue hacer un análisis particular acerca del significado de los objetos personales de cada profesor, aunque no se renunció a caracterizar, en lo posible, el de algún docente en particular. Las conclusiones de esta visión estática sobre los significados de los objetos personales del profesorado están explicadas con detalle en Ramos (2006); no los repetiremos aquí por cuestiones de espacio. En la sección seis de este artículo expondremos las conclusiones del análisis dinámico.

La opción de focalizar el interés en el análisis coral se relaciona con una corriente de investigación sobre las creencias y concepciones del profesorado que las concibe como aspectos que no permanecen aislados (Raymond, 1997; Parra 2005). En palabras de Parra:

Ellas conforman un tejido o red de creencias bien constituidas en torno a una institución milenaria como es la escuela; cualquier intento de modificarlas conlleva necesariamente a plantearse acciones que consideren el conjunto de los actores que en ella intervienen. Conviene entonces superar el enfoque esencialmente focalizado en los individuos y pasar a otro, donde el contexto sea relevante al momento de plantearse cualquier intento de transformación en el campo de la educación matemática (Parra, 2005, p. 88).

Para hacer este primer análisis coral de las prácticas discursivas del profesorado se tuvo en cuenta algunos constructos de la teoría de la acción comunicativa y del EOS. En concreto, se consideraron tres niveles de análisis:

Un primer nivel más general, donde se utiliza la teoría de la acción comunicativa (TAC) para citar los tres aspectos que toma Habermas en su excurso sobre la teoría de la argumentación: proceso, procedimiento y producto.

Un segundo nivel más detallado, en el que se vuelve a usar básicamente la TAC para estudiar los consensos que se lograron en los segmentos argumentativos analizados. Se utilizan constructos como proponente, oponente, omisión argumentativa, pretensiones de validez, fuerza argumentativa, consenso racionalmente motivado, consenso por omisión, etc.

Un tercer nivel intermedio, en el que se utilizan sobre todo los criterios de idoneidad y los objetos personales matemáticos y didácticos del profesorado que formula el EOS, a fin de organizar las prácticas discursivas del profesorado.

El primer nivel fue aplicado en el diseño del seminario-taller. Se intentó conseguir un proceso argumentativo que propiciara una situación de acción comunicativa donde prevaleciera el mejor argumento, con lo cual quedaría neutralizado otro motivo que no fuese la búsqueda cooperativa de la verdad. Asimismo, se procuró entender a la argumentación como una continuación con otros medios –ahora de tipo reflexivo– de la acción orientada al entendimiento. El *procedimiento* seguido en el seminario-taller buscó lograr una interacción que estuviera sometida a una regulación del trabajo entre proponentes y oponentes, en forma de división cooperativa.

La profesora comenzó a presentar argumentaciones, recopiladas en la primera fase de la investigación, de validez dudosa, o dio a conocer prácticas hechas en otras instituciones que los docentes tuvieron que examinar y defenderlas sólo con razones. El aspecto *producto* se contempló también, ya que uno de los objetivos del seminario-taller fue producir argumentos que convencieran por sus propiedades intrínsecas.

Los otros dos niveles de análisis se aplicaron de la manera siguiente: 1) se

eligió un segmento argumentativo de la transcripción del seminario-taller; 2) se analizó quiénes de los participantes eran proponentes y quiénes oponentes, la tesis que se debatía, las razones argumentativas y la trayectoria argumentativa a fin de determinar los consensos alcanzados; 3) se estudió la trayectoria argumentativa para ver qué criterios de idoneidad se utilizaron; 4) se efectuó un análisis de la trayectoria argumentativa con la finalidad de estipular las prácticas que formaban parte del significado de los objetos personales matemáticos y didácticos del profesorado. Para validar este tipo de análisis se planificó un proceso de triangulación de *expertos*.

5. ANÁLISIS DE EPISODIOS ARGUMENTATIVOS

A continuación se muestra un ejemplo de análisis a un segmento argumentativo. En este episodio, los profesores básicamente valoran la dificultad del problema 7 de un cuestionario con problemas contextualizados que habían resuelto anteriormente.

7. La siguiente tabla registra el costo de los automóviles (cero kilómetros) y lo que tiene que pagar el comprador por concepto de impuesto al lujo.

Precio de los automóviles en millones de bolívares	Impuesto a pagar
Igual a 10 millones*	10%
Entre más de 10 y 15 millones inclusive	15%
Entre más de 15 y 20 millones inclusive	20%
Más de 20 millones	35%

Tabla 1. Impuesto a pagar según el costo.

* Los automóviles de un costo inferior a 10 millones no pagan impuestos

Determine:

7.1. ¿Cuánto tendrá que pagar de impuesto al lujo un Sr. “M” que compra un automóvil de $1,8 \times 10^7$?

7.2. ¿Cuál será el costo total de un automóvil de 22 millones de bolívares; es decir, el valor del auto más la tasa impositiva?

7.3. Diseña una fórmula que te dé el impuesto a pagar, conociendo el

costo del automóvil

7.4) Traza la gráfica del apartado anterior y responde: ¿es una función?, ¿de qué tipo?, ¿es una función continua?

En este episodio intervienen directamente los profesores A2, A7, A13 y AI, que es la profesora del seminario-taller. Además, se hace referencia a los profesores A10 y A5, quienes no participan directamente en este segmento argumentativo. Las intervenciones de AI tienen como objetivo lograr que la argumentación sea fluida.

- A2: Hay en este material problemas que plantean porcentajes, notación científica, etc. El hecho de que no manejen porcentaje, esa carencia eleva la dificultad. ¿Que deberían saberlo?, eso crea quizás un conflicto. Quizás el problema no sea tan difícil, pero esa carencia que ellos traen y que no la queremos ocultar, hace que el problema sea difícil para ellos.
- AI: Bueno a mí me pareció esto de los porcentajes, bien apropiado, ajustado al contexto de la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales.
- A2: No, no, no es ese el sentido, no lo consideramos difícil, allí sería moderadamente difícil. Porque es como dice A10, en muchas situaciones ellos lo viven a diario, y hay de hecho muchos alumnos que trabajan con porcentajes y como usan frecuentemente ese conocimiento, saben por ejemplo cuanto tienen que pagar, saben lo justo que tienen en dinero para llamar, o estar en Internet tal o cual tiempo, en esos casos, no tienen que buscar fórmulas, porque ellos lo viven a diario, lo usan a diario.
- A7: Por ejemplo, el problema número 7, el de la “tabla 2”, el de los vehículos y el impuesto a pagar, a mí me parece bien interesante. Pero la interrogante que plantea la número 7.1 que dice: *¿Cuánto tendrá que pagar de impuesto al lujo un Sr. “M” que compra un automóvil de $1,8 \times 10^7$?* Si ellos no recuerdan la notación científica, no hay manera de que ellos resuelvan el problema, aunque les parezca muy fácil. Te repito lo vimos interesante, pero si comentamos, claro cuando buscábamos la dificultad, encontramos esta limitante, que si ellos no recuerdan la notación científica, se les haría difícil. Pero sí nos parece bien interesante, porque incluso les puede servir para sus carreras.
- AI: Eso los lleva al análisis, a resolver un problema más allá de la clásica receta de cocina. La notación científica me pareció bien interesante, porque es la forma más adecuada de escribir números grandes, no sé que piensan ustedes.
- A13: A mí me pareció bien pertinente.
- A13: Nosotros en atención al entrenamiento a que están acostumbrados nuestros alumnos, nosotros basándonos en eso, lo clasificamos en medianamente difícil a difícil y ¡cuidado! si no es ¡totalmente difícil!. Pero te digo, es en atención a ese entrenamiento que ellos están acostumbrados. Por supuesto, que el entrenamiento que tienen, no les permite desarrollar las destrezas necesarias para enfrentar con éxitos estos problemas. Sin embargo yo comentaba con A10 una experiencia que hemos tenido. Yo he tenido contacto, es decir la oportunidad de tener contacto

con el Bachillerato Internacional, y por supuesto A10 y A5 también. Y para mí ese tipo de problemas que tú planteas aquí, son los mismos, o por lo menos muy parecidos, a los que se les plantean a los muchachos cuando están viendo el tema de funciones en el programa del Bachillerato Internacional. Esto me permite, nos permite, tener una referencia más clara. Te comento mi experiencia con los muchachos, bueno los muchachos en las primeras de cambio, estos problemas, no los entienden, no hay manera, no los entienden, son para ellos totalmente difíciles. Pero luego de recibir cierto entrenamiento, uno ve como las cosas van mejorando.

AI: ¿Y les ha costado mucho en tiempo, lograr ese entrenamiento?, como tú dices. ¿Más o menos cuánto tiempo? Voy a aprovechar las experiencias que ustedes tienen en el tema.

A13: Se podría decir, bueno, si habría que fijar, hablaríamos de un lapso escolar de 3 a 4 meses. En el mejor de los casos, hay que aclarar. Porque hay muchachos, que ni en dos años. Fíjate que, A10 apenas los vio, dijo “esos son los problemas del bachillerato internacional”.

AI: ¿Cuántas horas de clase semanales tienen ustedes en ese programa? Y más o menos cómo son esos problemas.

A13: Seis horas semanales. Los problemas variados, por supuesto estamos hablando del bachillerato internacional, se supone que la preparación es más general.

AI: Bueno, eso también es bien interesante el número de horas es mayor.

A13: Claro estamos hablando de un año escolar, y dentro de ese año, si no se pierden clases, como de hecho en estas instituciones privadas no se pierden, entonces hay muchas posibilidades de introducir variantes, y si además incrementas el número de horas semanales, bueno es lógico que sea más productivo lo que haces, pero esto es un planteamiento para el bachillerato.

5.1. *Participantes discursivos*

El rol de los participantes en el episodio anterior fue el siguiente:

A2: Proponente; A7: Proponente; A13: Proponente; AI: dinamizador.

5.2. *Tesis*

En el episodio anterior se observan dos tesis:

T1: La falta de ciertos conocimientos previos asociados al contexto del problema (porcentajes, notación científica, etc.) aumenta su dificultad.

T1: Si los alumnos reciben un entrenamiento apropiado pueden resolver los problemas contextualizados.

5.3. Argumentos

- El hecho de que manejen porcentaje; esa carencia eleva la dificultad.
- Si ellos no recuerdan la notación científica, no hay manera de que resuelvan el problema.
- Quizás el problema no sea tan difícil, pero esa carencia hace que el problema adquiera mayor complejidad.
- Te comento mi experiencia con los muchachos; en las primeras de cambio no hay manera de que entiendan los problemas; son para ellos totalmente difíciles. Pero luego de recibir cierto entrenamiento uno ve cómo las cosas van mejorando.

5.4. Trayectoria argumentativa

A2 comienza su diálogo exponiendo la dificultad agregada que van a tener los alumnos y alumnas por su falta de conocimientos previos (porcentajes, notación científica). Luego de una reflexión acerca de esa problemática, finaliza diciendo: *Quizás el problema no sea tan difícil, pero esa carencia que ellos traen (...)* hace que el problema les sea difícil (pretensión de validez 1, PV1).

AI introduce la idoneidad epistémica, al decir que el uso de porcentajes es muy adecuado para alumnos de una Facultad de Ciencias Económicas y Sociales (AI es la profesora del seminario-taller).

La intervención de AI provoca una nueva intervención de A2, donde vuelve a aparecer la brecha entre las matemáticas formales de la escuela y las informales de la vida diaria. A2 reconoce que los porcentajes forman parte de la vida diaria de los alumnos y no tienen dificultades para usarlos.

A7 asume en su discurso la misma postura de A2. Lo que hace realmente A7 es dar un ejemplo concreto en el que la falta de un conocimiento previo (notación científica) puede ser la causa de la dificultad de la pregunta, (PV2) \cong (PV1), por lo cual hay consenso entre ellos. A continuación dice que el problema es muy interesante y puede ser útil en la vida profesional de los alumnos (*argumento epistémico*).

AI vuelve a intervenir con un argumento de tipo epistémico, al afirmar que la notación científica es la manera más adecuada de escribir números grandes.

A13 esgrime, en una primera intervención, que le pareció *bien pertinente* el problema que se muestra con notación científica (el ítem número 7, que

forma PV3). Luego valora todos los problemas del material y afirma: *nosotros, en atención al entrenamiento de nuestros alumnos (...), los clasificamos en medianamente difícil a difícil ¡y cuidado si no son totalmente difíciles!* (PV4).

Hay dos afirmaciones en la argumentación de A13. Por un lado, los problemas le parecen adecuados; por otro, afirma que debido a la falta de *entrenamiento* los alumnos podrían clasificar a los problemas del material como difíciles. Ahora bien, con su postura entre medianamente difíciles a difíciles no establece oposición alguna con el colectivo, mas cuando hace una reflexión con el alerta *¡cuidado si no son totalmente difíciles!*, aludiendo a la falta de *entrenamiento*, sí se opone al resto del colectivo. El motivo es que su afirmación va más allá de la falta de conocimientos previos de los alumnos. De hecho, lo que señala implícitamente es que una enseñanza contextualizada de las funciones implica, además, un cambio del *contrato didáctico* vigente en la institución.

A continuación, da a conocer su experiencia, la de A10 y la de A5 en otra institución donde sí se lleva a cabo una enseñanza contextualizada de las funciones (el Bachillerato Internacional). Refiere las dificultades que enfrentan los alumnos al inicio y cómo las van superando con el paso del tiempo. La capacidad de los alumnos para resolver los problemas contextualizados se debe, según A13, al entrenamiento que reciben; es decir, a que van asumiendo las reglas del nuevo *contrato didáctico*.

AI pregunta sobre el tiempo que han necesitado para que los alumnos asuman las reglas del *contrato didáctico* vigente en el Bachillerato Internacional.

A13 menciona que a los alumnos les cuesta de 3 a 4 meses asumir este nuevo contrato didáctico, aunque algunos no lo consiguen ni en dos años. También asegura que A10 reconoció inmediatamente que los problemas del dossier eran muy parecidos a los del Bachillerato Internacional.

AI solicita más información sobre el Bachillerato Internacional; particularmente, sobre las horas semanales de clase y el tipo de problemas.

A13 contesta que se imparten seis horas semanales (dos más que en la institución investigada) y que los contextos son variados, pues se trata de una preparación más general que la que se imparte en la FaCES.

AI interviene al constatar que el número de horas semanales de clase es mayor que en la institución investigada. A13 refiere más características del Bachillerato Internacional.

En síntesis, A2 y A7 llegan a un consenso frente a la dificultad que provoca la falta de conocimientos previos de los alumnos.

A13 no se pronuncia totalmente sobre las posturas de A7 y A2, pues de hecho introduce implícitamente el problema del cambio de contrato didáctico que se relaciona con la enseñanza contextualizada.

Como resultado del debate, hay una cierta coincidencia en los siguientes dos aspectos: 1) *enseñanza*, ya que si los alumnos reciben un entrenamiento apropiado pueden resolver los problemas contextualizados; 2) *aprendizaje*, que concierne a la falta de ciertos conocimientos previos asociados al contexto del problema (porcentajes, notación científica, etc.), lo cual hace que aumente su dificultad.

5.5. Análisis de la trayectoria argumentativa desde la perspectiva de los criterios de idoneidad

Los docentes expresan criterios de idoneidad cognitiva al hablar sobre la dificultad que van a tener los alumnos para enfrentar el problema 7 debido a que los costos y precios vienen señalados en porcentajes y en notación científica.

A2: Quizás el problema no sea tan difícil, pero esa carencia que ellos traen (...) hace que el problema sea difícil para ellos.

A13 utiliza en sus argumentos el término *entrenamiento*, que implica simultáneamente varios criterios de idoneidad (semiótico, cognitivo, mediacional) e incluso un cambio de contrato didáctico:

A13: Nosotros en atención al entrenamiento a que están acostumbrados nuestros alumnos,... lo clasificamos entre medianamente difícil a difícil y ¡cuidado! si no ¡totalmente difícil!

Los docentes utilizan también criterios de idoneidad epistémica y emocional:

A7: Pero si nos parece bien interesante porque incluso les pueden servir para sus carreras.

A13: (...) a mí me pareció bien pertinente.

5.6. Análisis de la trayectoria argumentativa desde la perspectiva de los objetos personales matemáticos y didácticos

Se notó que los objetos personales matemáticos y didácticos de algunos profesores (A13, A10 y A5) incorporan prácticas de contextualización que no forman parte del significado pretendido de la institución investigada.

Respecto a la enseñanza, se observó lo que ya había evidenciado la primera

sesión del seminario-taller: a) que los profesores dan mucha importancia a las dificultades causadas por la falta de conocimientos previos; b) que distinguen entre la capacidad de sus alumnos en el uso de matemáticas informales y las formales, debido a la brecha que hay entre ellas.

Las prácticas discursivas de los profesores pusieron de manifiesto, en forma indirecta, la importancia que le dan al *contrato didáctico (entrenamiento)*. Manifiestan implícitamente que una enseñanza contextualizada necesita un cambio de contrato didáctico.

6. CONCLUSIONES

Los docentes rechazaron por unanimidad continuar con el actual significado pretendido e implementado para el objeto *función*. Además, dijeron que la introducción del enfoque contextualizado necesitaba:

- Que el significado de sus objetos personales incorporase prácticas que permitieran resolver problemas contextualizados y hacer una enseñanza contextualizada.
- Una modificación consensuada a los contenidos de la asignatura, su cronograma y sus planes de evaluación.
- Un proceso para preparar al alumnado en cuanto al uso de contextos.

Sin embargo, no hubo consenso en cómo tenía que ser la secuencia didáctica contextualizada alternativa, ya que hubo dos posturas. La primera propuso una metodología de enseñanza donde se les presentaran inicialmente a los alumnos los objetos matemáticos contruidos de manera previa, para luego colocar los problemas de aplicación contextualizados. La segunda formuló un modelo mixto: que primero se recurriera a la enseñanza habitual para introducir el objeto *función*, seguido de problemas contextualizados de aplicación; luego, que se propusieran primero los problemas contextualizados para construir los diferentes tipos de funciones e incrementar gradualmente el nivel de dificultad. En el debate entre dichas alternativas se percibió que:

El *criterio de idoneidad epistémica* sólo se utilizó para argumentar a favor de la introducción del enfoque contextualizado. Ponemos como ejemplos a los dos fragmentos siguientes:

Fragmento 1:

A5: Estaríamos preparando ya al estudiante de la facultad para su vida profesional

[usar contextos en el área de cada especialidad]. Van a estar enfocados hacia sus carreras... Se podría combinar la enseñanza de la matemática con otras asignaturas como economía, costo, formación de precios, finanzas, etc.

Fragmento 2:

- AI: Este problema me pareció muy apropiado para los estudiantes de la especialidad de Contaduría y Administración de Empresas, pues se trata de administrar una población de peces en un lago. Al propio estilo de los criaderos de truchas que tenemos en la zona de los Andes, y lo más interesante, para el administrador, es ver cuando disminuye y cuándo o en qué condiciones crece la población de peces.
- A8: Es interesante porque los alumnos se enfrentan con un problema de función, y a la vez observan que esta función, que atañe a este modelo cuadrático, sirve para validar la correcta administración de un lago de peces.
- A4: ¡Realmente es bien interesante!
- A8: Sí, es muy bueno para los alumnos de Contaduría y Administración. Ellos pueden ver con problemas de este tipo, la utilidad de la matemática en su área profesional

Ningún profesor argumentó en contra de que los alumnos debían aplicar sus conocimientos matemáticos a la resolución de problemas contextualizados (lo cual fue lógico al tratarse de una Facultad de Ciencias Económicas).

El *criterio de idoneidad mediacional*, sobre todo el de tiempo, sólo se ocupó para argumentar en contra de que se introdujera el enfoque contextualizado. Esto se dio, como muestra, en los cuatro fragmentos siguientes:

Fragmento 1:

- A9: Definitivamente ellos necesitarían mucho más tiempo, para el análisis, interpretación de fórmulas...

Fragmento 2:

- A4: Pero tenemos obstáculos, los obstáculos son: el tiempo, el material, la parte económica de ese material, la capacitación del docente.

Fragmento 3:

- A7: Bueno, resulta lógico; el programa es abultado y el tiempo corto para todo lo que tenemos que dar.

Fragmento 4:

- A3: Es así. Nosotras no tomamos en cuenta ni la dificultad del tema, ni los conocimientos previos de los alumnos, ni el diseño de actividades que motiven a los alumnos. Sólo miramos que nos alcance el tiempo para terminar el programa.

Ningún profesor argumentó que el enfoque contextualizado consume menos tiempo que el descontextualizado.

El *criterio de idoneidad emocional* se empleó casi siempre para argumentar a favor de introducir el enfoque contextualizado. Sin embargo, en algún momento se manejó para argumentar en contra, al decir que la falta de éxito podría frustrar al alumnado. Por ejemplo, en los tres fragmentos siguientes:

Fragmento 1:

A7: Es posible su aplicación y además sea interesante porque partiría de situaciones cercanas a la vida, lo que redundaría en mayor atención, motivación y aprendizaje. Nosotros estamos planteando que parece interesante su aplicación, sobre todo porque va a incrementar la participación de los alumnos, al partir de que si algo te llama la atención porque lo vives o vas a vivir, o bien esperas encontrar, tú en ese momento vas a prestar mayor atención y lo vas a internalizar. Esto nos lleva a pensar que después eso será mucho más sencillo; es decir, traducir lo que ya aprendiste, digamos de manera informal, a la formalización...

Fragmento 2:

A2: Ventajas: tienen que ver evidentemente con la motivación. Cuando a uno le están explicando algo, y lo entiende, por supuesto que tiene más interés que si está desubicado. Una de las ventajas de esta técnica o procedimiento yo particularmente lo utilizo en mis clases, por ejemplo (...). Pero también tiene que ver con la parte emocional, la autoestima (...)

Fragmento 3:

A2: Esa es una de las grandes causas de frustración general, que señalan los psicólogos. Hay dos situaciones de frustración muy generalizadas, una es pedirle que hagan algo para lo que no están preparados y la otra es prepararlos para algo que jamás vas a utilizar. Pero entonces imagínate, cuando los alumnos están animados y comprometidos con el nuevo enfoque, están dando aportes interesantes, llegamos nosotros y les decimos, bueno sí, esto es muy bonito, pero, ya, y le cambias la película, aquí está el examen, y este examen se trata de puros problemas formales y entonces, ¿para qué me ha servido aprender estas cosas?(...)

El *criterio de idoneidad cognitiva*, cuando se aplicó a los alumnos, se utilizó más en contra que a favor. En contra, cuando se dijo que los alumnos no estaban preparados; a favor cuando se mencionó que el conocimiento del contexto podía facilitar la resolución del problema. Transcribimos los fragmentos siguientes a manera de ejemplos:

Fragmento 1:

A4: A veces también se crean en las estructuras mentales de los alumnos como representaciones que no son válidas en lo que es el lenguaje formal y en eso hay que tener mucho cuidado, ellos ya vienen de por sí con muchos problemas, básicamente por los conocimientos previos que ellos traen, y si aunado a eso, ellos van a comenzar a trabajar o a hacer contextualizaciones, sin esa base formal, que

es evidente que no tienen, entonces no vale de nada, (...)

Fragmento 2:

A2: Hay en este material problemas que plantean porcentajes, notación científica, etc. El hecho de que no manejen porcentaje, esa carencia eleva la dificultad. ¿Que deberían saberlo?, eso crea quizás un conflicto. Quizás el problema no sea tan difícil, pero esa carencia que ellos traen y que no la queremos ocultar, hace que el problema sea difícil para ellos.

Fragmento 3:

A7: (...) Claro, es verdad que si ellos trazan la gráfica y luego se plantean la interrogante así sí, pero quizás, para nosotros es más fácil la respuesta, más sencilla de encontrar, porque, lógico, estamos entrenados.

A13: No te creas, los muchachos están en ese tema del teléfono bien entrenados. Porque es de tanta actualidad, eso de la telefonía celular, ya ellos saben mucho de eso.

El *criterio de idoneidad semiótica* se empleó tanto en contra como a favor. En contra cuando se dijo que los alumnos iban a tener dificultades por la complejidad que implicaba el proceso de descontextualización; a favor cuando se mencionó que el conocimiento del contexto y el hecho de encontrar sentido a la situación podían facilitar el proceso de descontextualización. Ponemos como ejemplos a los dos fragmentos siguientes:

Fragmento 1:

A7: (...) Discutimos que nosotros a veces lo hacemos para aclarar a los alumnos. Cuando les colocamos ejemplos siempre son casos de la vida real, pero sólo cuando no entienden la parte formal; esto lo llevamos a cabo como una vía de escape. ¡Ah, como no me entiendes de esta manera, entonces pongo un ejemplo que sé que está cercano a ti, entonces lo vas a entender! (...) Una vez que lo hacemos, obtenemos inmediatamente la expresión ¡ah, sí, ya lo entendí! Y volvemos a lo nuestro: Bueno, miren esto es así...

Fragmento 2:

A4: No, no está mal, pero yo creo e insisto que hay que explicarle a los muchachos de entrada si es una tarifa a los tantos segundos, o es en función que va corriendo al tiempo como te van a ir cobrando. Esa tarifa no está mal, debe colocarse, no estaría demás. Por eso es que hay que especificarles muy bien a los muchachos el texto y los detalles del problema.

A10: Nosotros en realidad nos incorporamos a unos prejuicios por desconocimiento. Los alumnos no tienen esos problemas porque van a esos centros de internet y les dicen: estás media hora allí y vas a pagar 500 bolívares; estás 15 minutos y también vas a pagar 500 bolívares. Ellos están bien actualizados, mejor que nosotros.

De manera metafórica se puede decir que, en la batalla para impedir el éxito del enfoque contextualizado, los profesores que no son partidarios de su implementación se sitúan fundamentalmente en posiciones *mediacionales* y *semióticas*; en menor medida acuden a las *cognitivas*. En cambio, los partidarios de su implementación se sitúan, básicamente, en posiciones *epistémicas*, *emocionales* y *semióticas*.

7. CONSIDERACIÓN FINAL

Los profesores en sus reuniones de trabajo o en sus pláticas informales, cuando valoran los procesos de instrucción que realizan, o bien un posible cambio, juegan a un determinado juego de lenguaje, dicho en términos de Wittgenstein (1953).

Cuando los profesores entran en un juego de lenguaje donde no se limitan a una mera descripción que deja todo como está y aspiran a su mejora, utilizan, de manera explícita o implícita, *criterios de idoneidad* que permiten valorar los procesos de instrucción efectivamente realizados y guiar su mejora. Los criterios son entendidos como reglas de corrección que establecen cómo ha de hacerse un proceso de instrucción; emanan del discurso argumentativo de la comunidad (sea científica o profesional) cuando va orientado a conseguir un consenso sobre *lo que se puede considerar como mejor*. Por tanto, se trata de realizar una acción o metaacción, para ser más precisos (valorar), que recae sobre otras acciones (las llevadas a cabo en los procesos de instrucción). Surge una racionalidad axiológica que permite el análisis, la crítica, la justificación de la elección de los medios y de los fines, la justificación del cambio, etc.

Si se considera que el significado de los objetos personales matemáticos y didácticos del profesorado abarca el conjunto de prácticas operativas y discursivas que realiza el docente en relación con el objeto matemático y con su enseñanza y aprendizaje, es pertinente desarrollar instrumentos metodológicos y teóricos que permitan analizar su argumentación. En tal dirección, los *criterios de idoneidad* son herramientas que pueden ser muy útiles no sólo para organizar y analizar las prácticas discursivas del profesorado sobre cómo debería ser el proceso de instrucción, sino también para valorar las prácticas que intervienen en la determinación del significado pretendido, el implementado y el evaluado.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Boero, P. (2006). Habermas's theory of rationality as a comprehensive frame for conjecturing and proving in school. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehlíková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (volume 2, pp. 185-192). Prague, Czech Republic: PME.
- Brown, D. F. & Rose, T. D. (1995). Self-reported classroom impact of teacher's theories about learning and obstacles to implementation. *Action in Teacher Education* 17 (1), 20-29.
- Carr, W. y Kemmis, S. (1988). *Teoría crítica de la enseñanza*. Barcelona, España: Martínez Roca.
- Cerda, H. (2000). *Los elementos de la investigación*. Bogotá Colombia: El Búho.
- D'Amore, B. y Fandiño Pinilla, M. I. (2001). Matemática de la cotidianidad. *Paradigma XXII* (1), 59-72.
- D'Amore, B.; Font, V. y Godino, J. D. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. *Paradigma XXVIII* (2), 49-77.
- D'Amore, B. y Godino, J. D. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la Teoría Antropológica en Didáctica de la Matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 10 (2), 191-218.
- Díez, J. (2004). *L'ensenyament de les matemàtiques en l'educació de persones adultes. Un model dialògic*. Tesis de doctorado, Universitat de Barcelona.
- Elliott, J. (1993). *Reconstructing teacher education*. London, UK: Falmer Press.
- Font, V. (2007). Una perspectiva ontosemiótica sobre cuatro instrumentos de conocimiento que comparten un aire de familia: particular/general, representación, metáfora y contexto. *Educación Matemática* 19 (2), 95-128.
- Font, V. y Contreras, A. (2008). The problem of the particular and its relation to the general in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*. (DOI: 10.1007/s10649-008-9123-7).
- Font, V. y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matemática Pesquisa* 8 (1), 67-98.
- Font, V.; Godino, J. D. y D'Amore, B. (2007). An onto-semiotic approach to representations in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 27 (2), 1-7.
- Font, V. y Ramos, A. B. (2005). Objetos personales matemáticos y didácticos del profesorado y cambio institucional. El caso de la contextualización de funciones en una facultad de ciencias económicas y sociales. *Revista de Educación* 338, 309-346. Obtenido de http://www.revistaeducacion.mec.es/re338_18.htm.
- Franke, M. L.; Carpenter, T. P.; Levi, L. & Fennema, E. (2001). Capturing teacher's generative change: a follow-up study of professional development in mathematics. *American Educational Research Journal* 38, 653-689.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 22 (2-3), 237-284.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 14 (3), 325-355.
- Godino, J. D.; Batanero, C. & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education* 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D.; Batanero, C. & Roa, R. (2005). An onto-semiotic analysis of combinatorial problems and the solving processes by university students. *Educational Studies in Mathematics* 60 (1), 3-36.

- Godino, J. D.; Bencomo, D.; Font, V. y Wilhemi, M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma XXVII* (2), 221-252.
- Godino, J. D.; Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 26 (1), 39-88.
- Godino, J. D.; Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking*, 131-155.
- Godino, J. D.; Font, V.; Wilhelmi, M. R. y Castro, C. de (2008). Una aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, volumen 21 (en prensa).
- Godino, J. D.; Font, V.; Contreras, A. y Wilhelmi, M. R. (2006). Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 9 (1), 117-150.
- Golafshani, N. (2002). Teacher's conceptions of mathematics and their instructional practices. *Philosophy of Mathematics Education Journal* 18, 1-14.
- Gómez, C. y Valero, P. (1995). Calculadoras gráficas y precálculo: el impacto en las creencias del profesor. En P. Gómez, C. Carulla, M. Castro, F. Fernández, C. Gómez, V. Mesa, P. Perry y P. Valero (Eds.), *Aportes de Una empresa docente a la IX CIAM* (pp. 141-162). Bogotá, Colombia: Una empresa docente.
- Gravemeijer, K. P. E. (1994). *Developing realistic mathematics education*. Utrecht, The Netherlands: CD-β. Press/Freudenthal Institute.
- Habermas, J. (1987). *Teoría de la acción comunicativa I. Racionalidad de acción y racionalización social*. Madrid, España: Taurus.
- Handal, B. (2003). Teacher's mathematical beliefs: a review. *The Mathematics Educator* 13 (2), 47-57.
- Jurdak, M. (2006). Real world, situated and school contexts. *Educational Studies in Mathematics* 63 (3), 283-301.
- Jurdak, M. & Shahin, I. (2001). Problem solving activity in the workplace and the school: the case of constructing solids. *Educational Studies in Mathematics Education* 47 (3), 297-315.
- Kilpatrick, J. (2001). Understanding mathematical literacy: the contribution of research. *Educational Studies in Mathematics Education* 47 (1), 101-116.
- Lange, J. de. (1996). Using and applying mathematics in education. In A. J. Bishop et al. (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 49-97). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer A. P.
- Leikin, R.; Berman, A. & Zaslavsky, O. (2000). Learning through teaching: the case of symmetry. *Mathematics Education Research Journal* 12, 16-34.
- Malaspina, U. (2007). Intuición, rigor y resolución de problemas de optimización. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 10 (3), 365-399.
- Martínez, M. (2003). *Concepciones sobre la enseñanza de la resta: un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado*. Tesis de doctorado, Universitat Autònoma de Barcelona.
- Nunes, T.; Schliemann, A.D., & Carraher, D.W. (1993). *Street mathematics and school mathematics*. New York, USA: Cambridge University Press.
- Parra, H. (2005). Creencias matemáticas y la relación entre actores del contexto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 8 (1), 69-90.
- Ramos A. B. (2006). *Objetos personales matemáticos y didácticos del profesorado y cambios institucionales. El caso de la contextualización de las funciones en una facultad de ciencias*

- económicas y sociales*. Tesis de doctorado, Universitat de Barcelona. Obtenido de http://www.tesisenxarxa.net/TESIS_UB/AVAILABLE/TDX-0330106-090457.
- Ramos, A. B. y Font, V. (2006a). Cambio institucional, una perspectiva desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. *Paradigma XXVII* (1), 237-264.
- Ramos, A. B. y Font, V. (2006b). Contesto e contestualizzazione nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica. Una prospettiva ontosemiotica. *La Matematica e la sua Didattica* 20 (4), 535-556.
- Raymond, A. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathematics beliefs and teaching practice. *Journal for Research in Mathematics Education* 28 (5), 550-576.
- Skovsmose, O. (1998). Critical mathematics education some philosophical remarks. En C. Alsina et al. (Eds.), *Selected Lectures of the 8th International Congress In Mathematics Education* (pp. 413-425). Sevilla, España: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- Skovsmose, O. y Nielsen, L. (1996). Critical mathematics education. In A. J. Bishop et al. (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 1257-1288). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer AP.
- Smyth, J. (1991). Una pedagogía crítica de la práctica del aula. *Revista de Educación* 294, 275-300.
- Stake, R. (1998). *Estudio de casos*. Madrid, España: Morata.
- Wittgenstein, L. (1953). *Philosophical investigations*. New York, USA: Macmillan.
- Witrock, M. C. (1989). *La investigación de la enseñanza II*. Barcelona, España: Paidós-MEC.

Autores

Ana Beatriz Ramos. Universidad de Carabobo, Carabobo, Venezuela; anabeatrizrp@yahoo.es

Vicenç Font. Departament de Didàctica de les Ciències Experimentals i la Matemàtica, Universitat de Barcelona, España; vfont@ub.edu